

# Bildgebende Verfahren in der Medizin I

26. Februar 2009

## Röntgentechnik

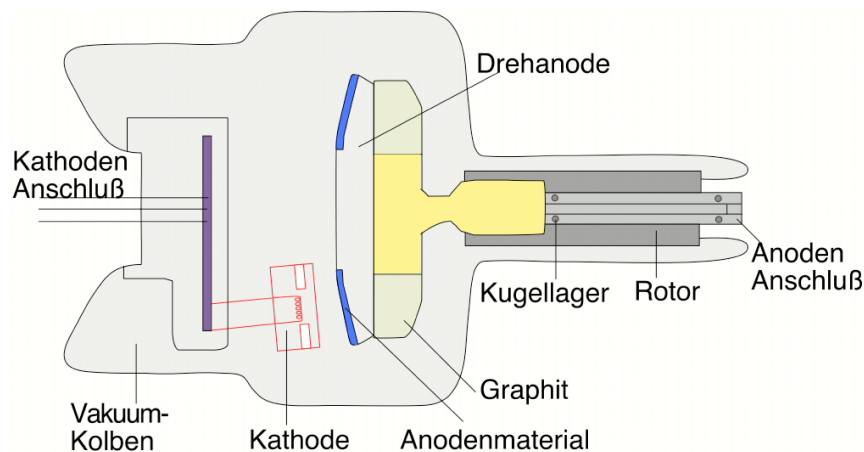
### Aufgabe 1: Röntgenröhren

Bei der Erzeugung von Röntgenstrahlen wird der Großteil der Energie in Wärme umgewandelt, die schnell abgeführt werden muss, damit das Anodenmaterial nicht schmilzt.

- Wie wird dieses Problem üblicherweise gelöst? Skizzieren Sie eine derartige Röntgenröhre und beschriften Sie die Komponenten. Welche Materialien werden typischerweise verwendet und warum? (7 Punkte)
- Wie sieht der Temperaturverlauf über der Zeit in einem Punkt der Anode qualitativ aus? Skizzieren Sie den Verlauf. (2 Punkte)
- Wie verändert sich der Verlauf, wenn der Sockel durch ein Material mit höherer spezifischer Wärme ersetzt wird? (Erklärung und Skizze) (2 Punkte)

Lösung:

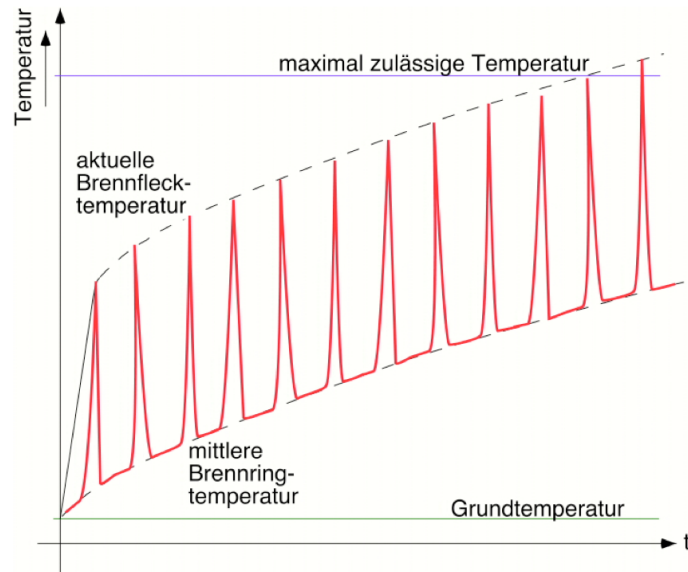
- Mit der Drehanode erreicht man, dass die eingebrachte Wärme sich auf einem ganzen Ring verteilt, ohne dass der Fokus dadurch größer wird (1 Punkt).



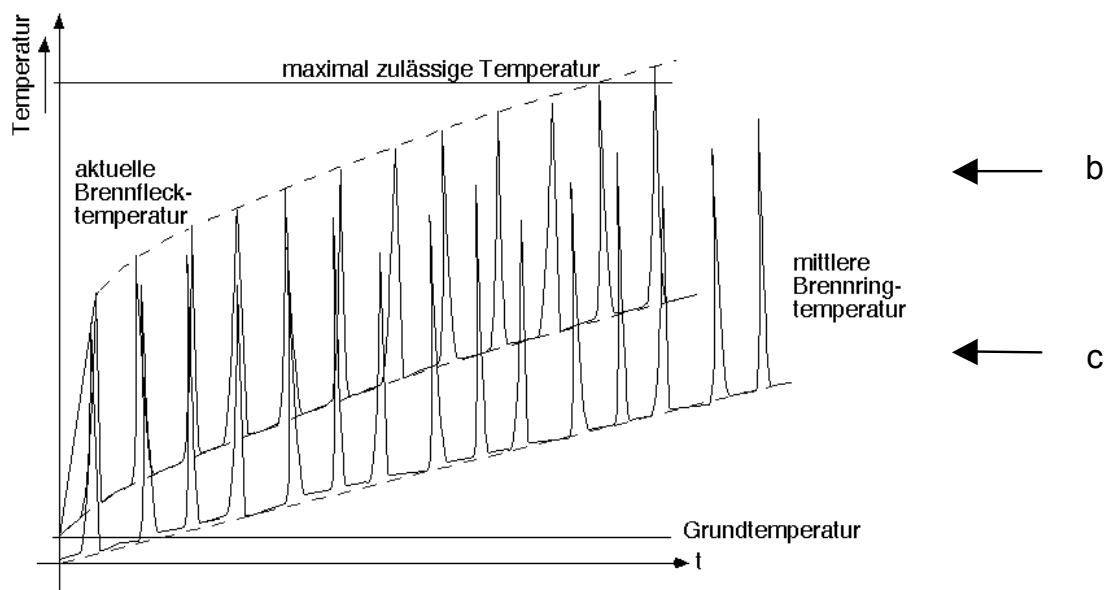
Skizze (2 Punkte)

Als Anodenmaterial wird fast immer Wolfram (1 Punkt) verwendet, da es die Qualitätskriterien (hohe Ordnungszahl, hohe Schmelztemperatur, hohe Wärmeleitfähigkeit (1 Punkt)) am besten erfüllt. Die Schicht darunter besteht meist aus Molybden (1 Punkt), das zwar keine so hohe Ordnungszahl, dafür aber eine hohe Wärmeleitfähigkeit aufweist. Der Sockel der Drehanode besteht aus Graphit (1 Punkt), das eine 10mal höhere Wärmekapazität hat als Wolfram.

b) Temperaturverlauf in einem Punkt einer rotierenden Anode:



c) Temperaturverlauf in einem Punkt der Drehanode mit Material mit höherer spezifischer Wärme: Hier kann die Wärme schneller abgeführt werden, so dass der Verlauf insgesamt unterhalb des Verlaufs aus b) bleibt.



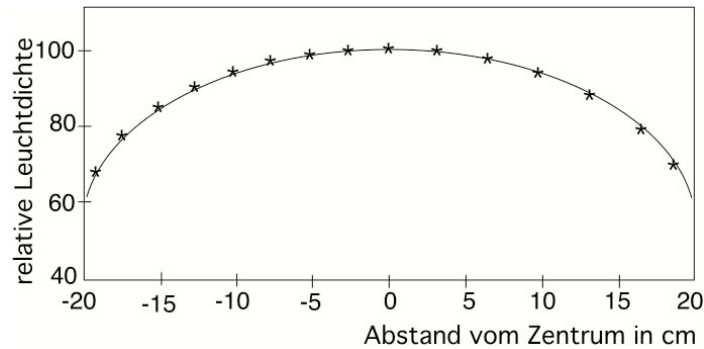
## Aufgabe 2: Artefakte in der Röntgenbildgebung

Was versteht man unter „Vignetting“? Was ist die Ursache für Vignetting? (3 Punkte)

Lösung:

Unter Vignetting versteht man die Reduzierung der Leuchtdichte an der Peripherie des Bildes (1 Punkt). Die Elektronenoptik kann die Photoelektronen vom Rand des Eingangsschirms nicht so effektiv „einsammeln“ wie die Photoelektronen aus der Mitte.

Skizze (1 Punkt):

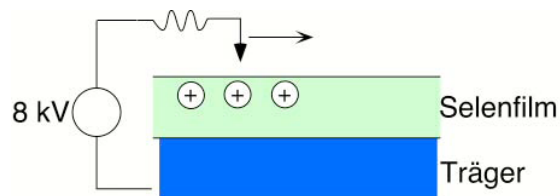


### Aufgabe 3: Röntgenaufnahmetechnik

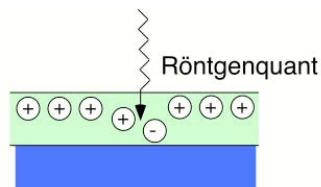
Beschreiben Sie die Vorgänge bei der Bildaufnahme mit einer Selen-Schicht (Xero-radiographie) anhand einer Serie von Bildern, die jeweils die Ladungsverteilung in der Selen-Schicht zeigen. Auf welche zwei Arten kann das "latente Bild" im Selen-Film ausgelesen werden? (5 Punkte)

Lösung: Röntgenbildaufnahme mit Selen-Schichten (1 Punkt pro Bild):

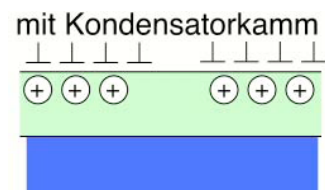
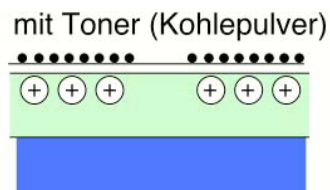
1. Aufladen



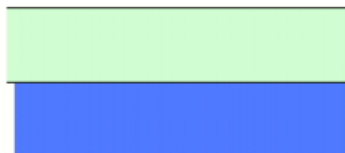
2. Belichten



3. Auslesen



4. Löschen



## Systemtheorie

### Aufgabe 4: Begriffe aus der Systemtheorie abbildender Systeme

- a) Formulieren Sie den Zusammenhang zwischen Bildsignalen am Eingang und am Ausgang für lineare und verschiebungsinvariante Systeme (2 Punkte)
- b) Wie ist die Impulsantwort definiert und warum trägt sie diesen Namen? (2 Punkte)
- c) Wie ist die komplexe Übertragungsfunktion definiert? (2 Punkte)
- d) Wie ist die Modulationsübertragungsfunktion MTF definiert? (2 Punkte)
- e) Skizzieren Sie einen typischen Verlauf der MTF eines guten, eines mittleren und eines schlechten abbildenden Systems. (2 Punkte)

Lösung:

- a) Hauptsatz der Systemtheorie abbildender Systeme:

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} f(x',y') \cdot h(x-x',y-y') dx' dy'.$$

Damit ist das lineare und verschiebungsinvariante abbildende System vollständig mit  $h(x, y)$  charakterisiert.

- b) Die Impulsantwort eines Systems ist die Funktion  $h(x, y)$ . Diese Funktion beschreibt das Signal am Ausgang des Systems, falls am Eingang das Signal im Idealfall als  $\delta(x, y)$  gegeben ist.

- c) Die komplexe Übertragungsfunktion  $H(u,v)$  ist die Fouriertransformierte von  $h(x,y)$ :

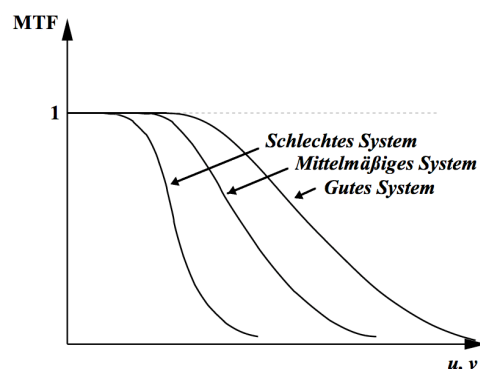
$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v)$$

$$h(x,y) \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad H(u,v)$$

- d) Definition der Modulationsübertragungsfunktion MTF:

$$MTF(u,v) = \frac{|H(u,v)|}{|H(0,0)|}$$

e)



### Aufgabe 5: Bildverarbeitung

- a) Wie lautet das Abtasttheorem für Bilder? (Erklärung und Formel) (2 Punkte)
- b) Was passiert bei zu grober Abtastung? (1 Punkt)
- c) Zu welchem Konflikt kommt es hierbei bei einem abbildenden System? (1 Punkt)
- d) Welchen Effekt hat die begrenzte Fenstergröße auf die Abbildung? Warum kann es dadurch zu Artefakten kommen und was kann man dagegen tun? (2 Punkte)

Lösung:

- a) Das Abtasttheorem besagt, dass der Abtastabstand kleiner sein muss als die Hälfte der kleinsten vorkommenden Wellenlänge.

$$\Delta x \leq \frac{1}{2w_{max}}$$

mit  $\Delta x$  = Abtastabstand,  $w_{max}$  = größte Raumfrequenz

- b) Bei zu grober Abtastung werden hohe Frequenzen in einen niedrigeren Frequenzbereich gespiegelt, was unter Umständen zu falschen Bildern führen kann (Aliasing).
- c) Der kleinste Abtastabstand ist oft durch das Messsystem vorgegeben, weil der einzelne Detektor eine gewisse Mindestgröße hat. In diesem Fall muss die MTF der davor liegenden Komponenten hohe Raumfrequenzen herausfiltern.
- d) Voraussetzung für fehlerfreies Abtasten ist die Bandbegrenzung des Bildes. Weist das Bild am Rand des Fensters scharfe Kanten auf, sind extrem hohe Frequenzen im Bild enthalten. Das Bild muss vor der Digitalisierung an den Rändern „auf Null“ gedrückt werden, damit es nicht zu Aliasing-Artefakten kommt.

### Aufgabe 6: Rauschen in der Systemtheorie

- a) Wie lautet der Zusammenhang zwischen dem Rauschleistungsspektrum eines Bildes und der Autokorrelationsfunktion? (2 Punkte)
- b) Wie errechnet sich damit das Rauschleistungsspektrum am Ausgang eines Systems,? Wenn man davon ausgeht, dass das System dem Signal kein Rauschen hinzufügt, welcher Zusammenhang besteht dann mit der MTF? (2 Punkte)
- c) Was bedeutet dieser Zusammenhang beispielsweise für die Vorgänge am Eingangsleuchtschirm eines Röntgenbildverstärkers? (2 Punkte)

Lösung:

- a) Das Rauschleistungsspektrum ist die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion.

$$r(x, y) * r(x, y) \quad \longleftrightarrow \quad |R(u, v)|^2$$

Autokorrelation                      NPS<sub>Eingang</sub>  
(Noise Power Spectrum)

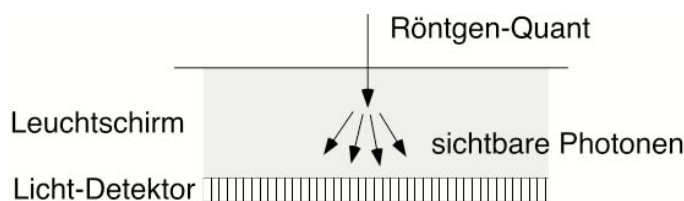
b) Rauschleistungsspektrum am Ausgang eines Systems:

$$\{r(x, y) * h(x, y)\} * \{r(x, y) * h(x, y)\} \quad \circ \text{---} \bullet$$

$$NPS_{Ausgang} = |R(u, v)|^2 \cdot |H(u, v)|^2 = |R(u, v)|^2 \cdot MTF(u, v)^2$$

Das Rauschleistungsspektrum am Ausgang hat den gleichen Verlauf wie die quadrierte MTF, falls DQE = 1.

c) Hinter dem abbildenden System rauschen benachbarte Pixel nicht mehr unabhängig voneinander. Ein absorbiertes Röntgenquant führt auf dem Schirm zu einem breiten Lichtfleck, der der Impulsantwort entspricht. Die Autokorrelationsfunktion wird in diesem Bereich ein großes Signal aufweisen.



## Aufgabe 7: Faltungskerne

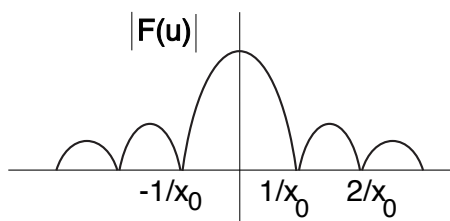
Gegeben sei der Faltungskern „Mittelwert“

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Angenommen, diese Faltung entspricht einem System, welches aus dem Eingangsbild  $f(x, y)$  ein Ausgangsbild  $g(x, y)$  macht, welche MTF(u) hätte dieses System? (Skizze) (2 Punkte)

Lösung:

Rechteckfunktion  $\circ \text{---} \bullet$  si-Funktion



## Computertomografie

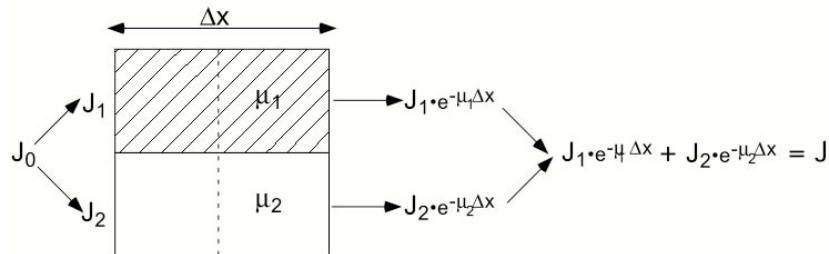
### Aufgabe 8: Artefakte bei der CT

Nennen und beschreiben Sie vier wichtige Artefakte (ggf. mit Skizze). Welche Gegenmaßnahmen sind möglich? (8 Punkte)

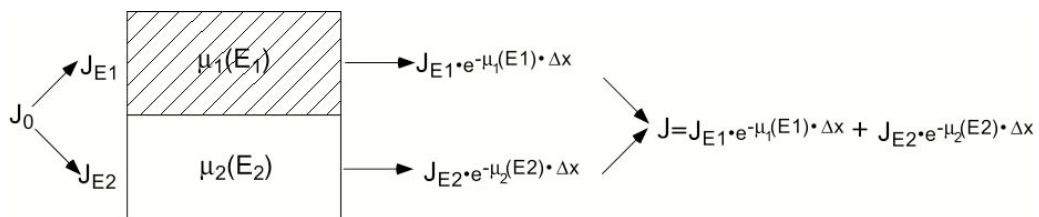
Lösung:

Folgende Artefakte entstehen bei CT-Aufnahmen:

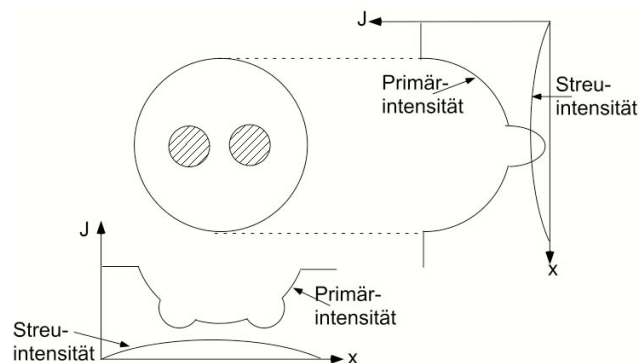
- **Teilvolumenartefakte** entstehen, wenn sich zwei Bereiche mit stark unterschiedlichem  $\mu$  innerhalb eines Voxels befinden. Dann kann  $\mu$  nicht richtig restauriert werden, da  $\ln(J_0/J)$  richtungsabhängig ist. Diese Artefakte lassen sich nur durch eine feinere Abtastung vermeiden.



- Artefakte durch **Strahlaufhärtung** entstehen durch die Abhängigkeit  $\mu(E)$ , da die Breite des Spektrums der Röntgenstrahlung relativ groß ist. Dies führt zu ähnlichen Fehlern wie die Teilvolumenartefakte. Dies kann man nur durch stärkere Vorfilter und durch höhere Anodenspannungen vermeiden.



- Artefakte durch **Streustrahlung** entstehen durch das gleichmäßige Anheben der Strahlungsleistung in den Detektoren aufgrund von Streustrahlung. Damit werden die Projektionen inkonsistent. Für die Scanner der 2.-3. Generationen kann man ein Raster anbringen und damit nur einen kleinen Raumwinkel von der Röhre hindurchlassen. Bei Scannern der 4. Generation kann man zusätzliche Detektoren oberhalb bzw. unterhalb der durchleuchteten Scheibe anbringen, die die Streustrahlung detektieren sollen. Sie kann vom Messsignal subtrahiert werden.



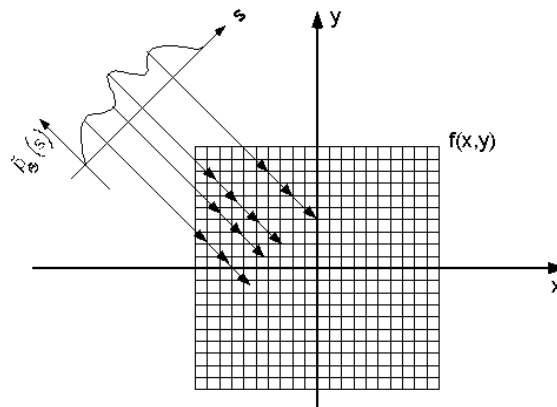
- **Bewegungsartefakte** – entstehen durch die Bewegungen des Patienten während einer Aufnahme. Sie lassen sich durch „Arretieren“ des Patienten vermeiden oder durch schnelleres Rotieren des Scanners.

#### Aufgabe 9: Gefilterte Rückprojektion

- Beschreiben Sie in Stichworten die CT-Bildrekonstruktion mit dem Verfahren der „gefilterten Rückprojektion“. (von den Messdaten bis zum Bild) (6 Punkte)
- Warum erhält man in der Realität keine exakte Rekonstruktion? (2 Punkte)
- Skizzieren Sie den mathematisch exakten Filter und zwei praktische Filter. Vergleichen Sie die Qualität der rekonstruierten Bilder. (6 Punkte)
- Von welchen Größen hängt das Rauschen der Bildpunkte ab? (3 Punkte)
- Von welchen Größen hängt die MTF in der CT ab? (2 Punkte)

Lösung:

1. Messung vieler Projektionen  $p_\theta(s)$
2. Filterung der Projektionen durch Faltung im Ortsraum oder Multiplikation im Frequenzraum (ergibt  $p'_\theta(s)$ )
3. Rückprojektion der gefilterten Projektion  $p'_\theta(s)$  in die Bildmatrix

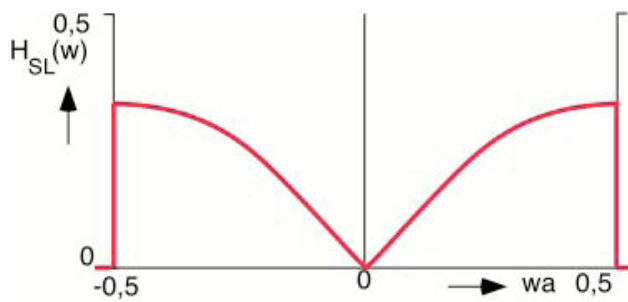
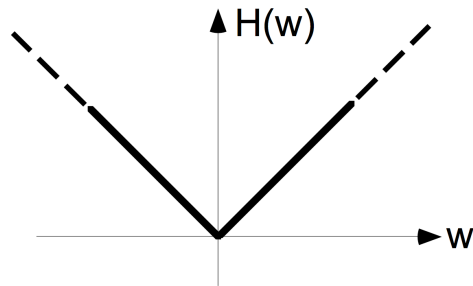


Rückprojektion heißt, die Werte der gefilterten Projektion auf die „getroffenen“ Pixel aufaddieren (siehe Bild). Hierbei ist geeignet zu interpolieren.  
(Mathematisch :

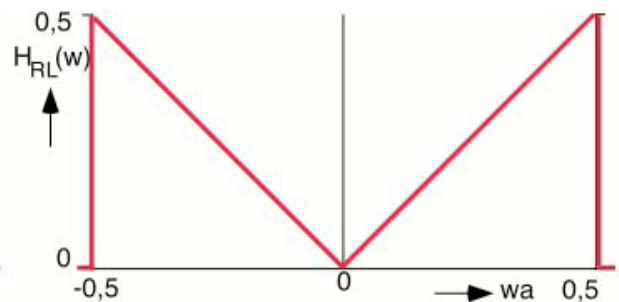
$$p_\Theta(s) = \int P_\Theta(w)|w|e^{j2\pi ws}dw \text{ bzw. } p_\Theta(s) = \int P_\Theta(w)H(w)e^{j2\pi ws}dw$$

- Die Projektionen müssen bandbegrenzt sein, da das Abtasttheorem eingehalten werden muss. Damit kann das Rekonstruktionsverfahren in der Praxis nicht so gut sein, wie es die mathematischen Formeln versprechen. Auch schon vor Erreichen dieser größten Frequenz kann es sein, dass das Spektrum  $P(w)$  von Rauschen dominiert wird. Durch die Multiplikation mit  $|w|$  wird dieses Rauschen noch angehoben.

c) Mathematisch exakter Filter:  $H(w) = |w|$



Shepp-Logan



Ramachandran-Lakshminarayanan

Die Filterfunktion von Ramachandran-Lakshminarayanan setzt Frequenzen oberhalb  $|w|_{\max}$  auf Null. Die Filterfunktion von Shepp-Logan bedämpft zusätzlich hohe Frequenzen. Dadurch wird die räumliche Auflösung zwar schlechter aber gleichzeitig wird das hochfrequente Rauschen unterdrückt.

d) Pixelrauschen bei der CT

$$\sigma_{pixel}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{N} \cdot \int_{-w_{max}}^{+w_{max}} |H(w)|^2 dw$$

mit  $\Delta s$  = Detektorabstand,  $M$  = Zahl der Projektionen,  $N$  = mittlere Zählrate bei der Messung,  $H(w)$  = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion (*kein Punktabzug für fehlendes  $\pi^2$* ).

- e) - Detektorbreite  
 - Fokusbreite  
 - Abtastabstand  
 - Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion

## Dosimetrie

Aufgabe 10: Energiedosis und Äquivalentdosis

- a) Welche Energiedosis und welche Äquivalentdosis bekommt ein Mensch ab, der sich 0,5m vor einer Röntgenröhre (2 mm Al) befindet, die mit 90 kV und 30 mA betrieben wird (Belichtungszeit 2 sec)? (3 Punkte)
- b) Wie vielen Quanten/mm<sup>2</sup> entspricht diese Dosis (ungefähr) und welcher Kontrast  $K_{\min}$  ließe sich theoretisch bei einer Pixelgröße von  $d = 0,1$  mm damit erreichen ( $\kappa=5$ )? (3 Punkte)

Abb. 1:

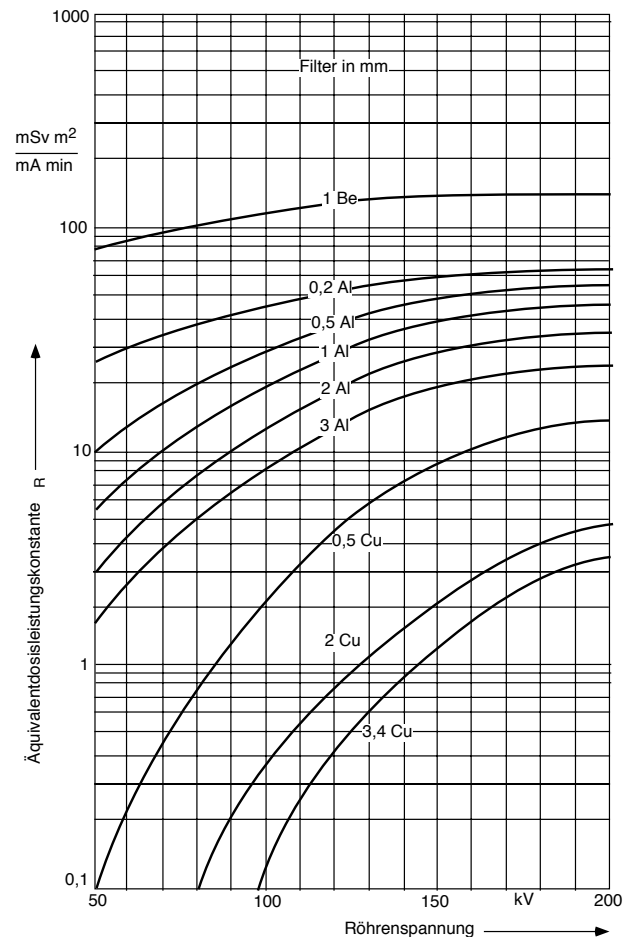
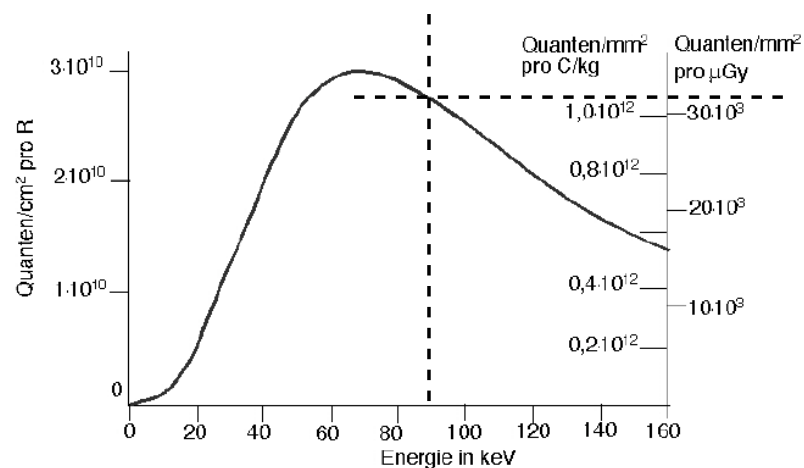


Abb. 2:



## Lösung

a) Aus Abb. 1 abzulesen (1 Punkt):

$$\Gamma_R(90kV, 2mmAl) = 10 \frac{mSv \cdot m^2}{mA \cdot min}$$

Äquivalentdosis (1 Punkt):

$$10 \frac{mSv \cdot m^2}{mA \cdot min} \cdot \frac{30mA \cdot 2/60 \cdot min}{(0.5m)^2} = 40 mSv$$

Energiedosis ist in diesem Fall gleich der Äquivalentdosis, da es sich um  $\gamma$ -Quanten handelt ( $q = 1$ ).  $D = H = 40 mGy$  (1 Punkt).

b) Aus Abb. 2 abzulesen: Umrechnungsfaktor bei 90 kV: 32 000 Quanten/mm<sup>2</sup>/μGy (1 Punkt). Anzahl Quanten:

$$N = 40000 \mu Gy \cdot 32000 \text{ Quanten}/mm^2/\mu Gy \cdot (0,1 mm)^2 = 12,8$$

Millionen Quanten (1 Punkt). Mit

$$K_{min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}}$$

ergibt sich  $K_{min} = 0.14 \%$  (1 Punkt).

## Aufgabe 11: Nuklearmedizinische Diagnostik

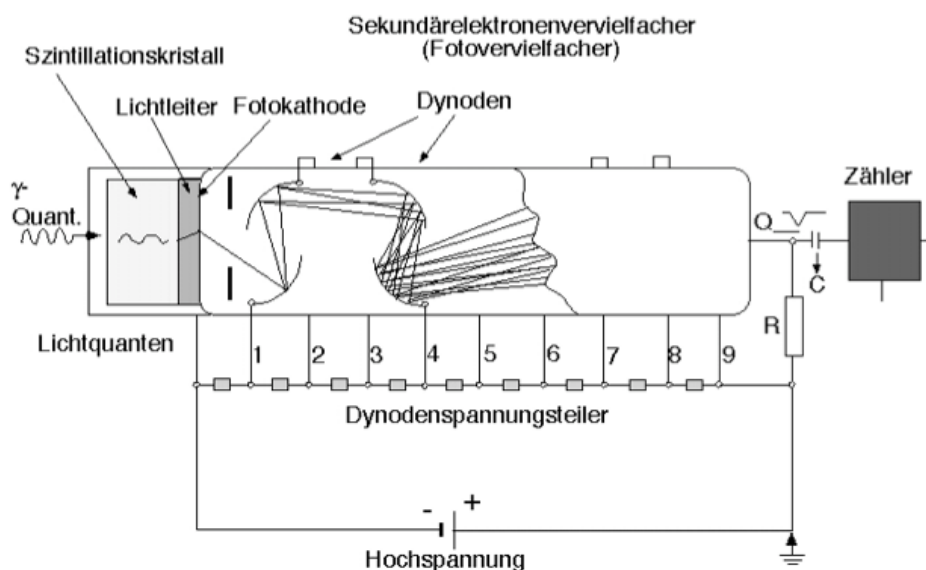
a) Skizzieren Sie einen Szintillationszähler und beschreiben Sie die Komponenten. (4 Punkte)

b) Nach welchen Kriterien wird das Szintillationsmaterial ausgewählt? (2 Punkte)

c) Wozu benötigt man das zeitliche Integral unter dem Signal eines Ereignisses? (1 Punkt)

Lösung:

a) Szintillationszähler:



Der Szintillations-Kristall (NaI(Tl), BGO...) ist über ein Bündel aus Lichtleitfasern mit der Photokathode einer Photomultiplier-Röhre verbunden. Auf der ersten Dynode werden durch den Photoeffekt Elektronen ausgelöst. Diese werden durch Lawineneffekt vervielfacht. So wird nach ca. 10 Dynoden ein meßbarer Impuls erzeugt.

b) Von folgenden Kriterien ist die Wahl eines Szintillationsmaterials abhängig:

- Lichtausbeute – der Anteil der Energie des Gamma-Quants, der zu Licht umgewandelt wird.
- Nachweis-Effektivität – die Wahrscheinlichkeit der Absorption eines Gamma-Quants. Sie ist hoch, wenn Elemente mit hoher Ordnungszahl verwendet werden.
- Szintillations-Abklingdauer – bestimmt die zeitliche Auflösung des Detektors

c) Das Integral:

$$A = \left| \int_0^T I(t) dt \right|$$

ist proportional zur Energie des Gamma-Quants  $E_\gamma = h \cdot \nu$ .

|                 |           |          |          |           |          |          |          |          |           |           |           |               |
|-----------------|-----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|---------------|
| <i>Aufgabe:</i> | <i>1</i>  | <i>2</i> | <i>3</i> | <i>4</i>  | <i>5</i> | <i>6</i> | <i>7</i> | <i>8</i> | <i>9</i>  | <i>10</i> | <i>11</i> | <i>Summe:</i> |
| <i>Punkte:</i>  | <i>11</i> | <i>3</i> | <i>5</i> | <i>10</i> | <i>6</i> | <i>6</i> | <i>2</i> | <i>8</i> | <i>19</i> | <i>6</i>  | <i>7</i>  | <i>83</i>     |